Задания школьного этапа
всероссийской олимпиады школьников по астрономии
2016-2017 уч.г.

7-8 классы

Задание 1.

Условие. В конце мая - начале июня 2016 г. в противостоянии с Солнцем оказались две планеты - Марс и Сатурн. В каком (примерно) созвездии они находились?

Решение. Коль скоро Марс и Сатурн были в противостоянии с Солнцем, они располагались на небе противоположно положению Солнца. Это значит, что они находились там, где Солнце было полгода назад, в конце ноября - начале декабря. Это соответствует созвездию Скорпиона, рядом с границами с созвездиями Весов и Змееносца. Указание любого из этих трех созвездий можно считать правильным ответом на задачу. В реальности, Марс во время своего противостояния находился в созвездии Скорпиона, Сатурн - в созвездии Змееносца.

Задание 2.

Условие. Через какое время в одной точке Земли повторяются приливы, вызванные действием Луны?

Решение. Максимумы приливов наблюдаются в моменты верхней и нижней кульминации Луны. Интервал между двумя последовательными верхними кульминациями Луны можно вычислить разными способами. Проще всего это сделать так: за синодический период обращения (29.53 суток) Луна вновь кульминирует в то же местное время, сделав один полный оборот. Таким образом, это время соответствует 28.53 интервалам между этими кульминациями. Сам интервал будет равен 29.53/28.53 = 1.035 суток. Промежуток времени между двумя последовательными приливами составит 0.518 суток или 12.4 часа.

Задание 3.

Условие. Компактное рассеянное звездное скопление состоит из 100 одинаковых звезд и с трудом видно на небе глазом как маленькое пятнышко. Какой видимый блеск имеет каждая из звезд.

Решение. Коль скоро скопление, как единое целое, с трудом видно глазом, можно считать, что его общий блеск такой же, как у одной звезды 6m. Каждая отдельная звезда скопления в 100 раз слабее, такая разница соответствует пяти звездным величинам. В итоге, блеск одной звезды скопления составляет 11m

9 класс

1. Условие. Какое из трех тел быстрее пролетает свой собственный диаметр – Луна (при вращении вокруг Земли), Земля (при вращении вокруг Солнца) или Солнце (при вращении вокруг центра Галактики)?

1. Решение. Время пролета собственного диаметра D для тела составляет , 2 v R v D T = = где v – скорость тела, R – его радиус. Проведем вычисления для Луны, Земли и Солнца и запишем результаты в таблицу:

Объект Радиус Диаметр Скорость Время пролета Луна 1738 км 3476 км 1.023 км/с 3398 с Земля 6378 км 12756 км 29.8 км/с 428 с Солнце 695000 км 1390000 км 230 км/с 6000 с Быстрее всех свой диаметр пролетает Земля. 2. Условие. На Марсе решено построить вышку, с которой всегда были бы видны его спутник

2. Условие. Синодический период некоторой планеты Солнечной системы относится к одному земному году так же, как один земной год – к сидерическому периоду этой планеты. Что это за планета?

2. Решение. В условии задачи не сказано, является планета внутренней или внешней. Поэтому запишем выражение для синодического периода планеты S в общем виде:

Здесь T и T0 – орбитальные периоды планеты и Земли. По условию задачи .

Отсюда мы получаем уравнения:

Первое из этих уравнений не имеет положительных корней, из чего можно сразу сделать вывод, что эта планета не может быть внешней. Для второго уравнения имеем

Эта планета – Венера.

3. Условие. Сколько часов пройдет по маятниковым часам, доставленным с Земли, за одни солнечные сутки на Луне? На Марсе?

9 класс

1. Условие. Какое из трех тел быстрее пролетает свой собственный диаметр – Луна (при вращении вокруг Земли), Земля (при вращении вокруг Солнца) или Солнце (при вращении вокруг центра Галактики)?

1. Решение. Время пролета собственного диаметра D для тела составляет , 2 v R v D T = = где v – скорость тела, R – его радиус. Проведем вычисления для Луны, Земли и Солнца и запишем результаты в таблицу:

Объект	Радиус, км	Диаметр, км	Скорость	Время пол.
Луна	1738	3476	1,023 км/с	3398 с
Земля	6778	12756	29,8 км/с	428 с
Солнце	695000	1390000	230 км/с	6000 с

Быстрее всех свой диаметр пролетает Земля.

2. Условие. Синодический период некоторой планеты Солнечной системы относится к одному земному году так же, как один земной год – к сидерическому периоду этой планеты. Что это за планета?

2. Решение. В условии задачи не сказано, является планета внутренней или внешней. Поэтому запишем выражение для синодического периода планеты S в общем виде:

$$S = \frac{T \cdot T_0}{|T - T_0|}$$

Здесь T и T0 – орбитальные периоды планеты и Земли. По условию задачи . $S/T_0 = T/|T-T_0| = \frac{T_0}{T}$

~~Отсюда мы получаем уравнения.~~

$$\frac{S}{T_0} = \frac{T}{|T-T_0|} = \frac{T_0}{T}, \Rightarrow \quad T^2 - T \cdot T_0 + T_0^2 = 0; \; T > T_0 \qquad T^2 + T T_0 - T_0^2 = 0; \; T < T_0$$

Первое из этих уравнений не имеет положительных корней, из чего можно сразу сделать вывод,

что эта планета не может быть внешней. Для второго уравнения имеем

$$T = T_0 \frac{\sqrt{5} - 1}{2} = 225 \text{ сут.}$$

Эта планета – Венера.

3. Условие. Сколько часов пройдет по маятниковым часам, доставленным с Земли, за одни солнечные сутки на Луне? На Марсе?

3. Решение. Период колебаний маятника равен $t = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi R\sqrt{\frac{l}{GM}}$

Здесь l – длина маятника, g – ускорение свободного падения на поверхности тела, R и M – его радиус и масса. Обозначим период этого маятника на Земле как t0. За время T0 (одни солнечные сутки) на Земле маятник сделает N0=T0/t0 колебаний. Число колебаний маятника на другом небесном теле за время T (местные солнечные сутки) будет равно

$$N = \frac{T}{t} = N_0 \frac{T}{T_0} \cdot \frac{R_0}{R}\sqrt{\frac{M}{M_0}}$$

Здесь R0 и M0 – радиус и масса Земли. Число часов, которое отсчитает маятник, составит

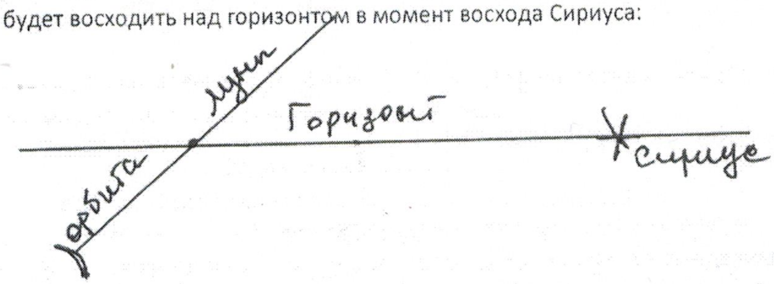
$$H = 24\,\frac{T}{T_0}\,\frac{R}{R}\sqrt{\frac{M}{M_0}}$$

Заметим, что T – это солнечные сутки, длящиеся 29.53 земных суток на Луне и 24.66 земных часов на Марсе. За это время маятник отсчитает 288.4 часа (около 12 суток) на Луне и 15.18 часов на Марсе.

10 класс

1. Условие. В календаре одного народа новый день начинался с восходом Сириуса, новый месяц – когда впервые Луна восходит позже Сириуса, а новый год – когда Сириус впервые появляется перед восходом Солнца (все относится к столице государства этого народа в тропическом поясе Земли). Сколько в среднем дней (отсчитываемых этим народом) содержит один месяц и один год в таком календаре? Прецессией лунной орбиты и земной оси, собственным движением Сириуса пренебречь. Считать, что астрономы этого народа имели возможность наблюдать Луну и Сириус днем.

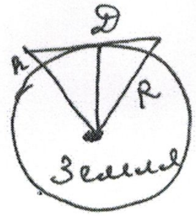
1. Решение. Промежуток времени между двумя последовательными восходами одной далекой звезды (не Солнца) есть одни звездные сутки S, равные 23 часа 56 минут 04 секунды или 0.99727 обычных суток. Если пренебречь прецессией лунной орбиты, то на ней можно выделить одну точку, которая будет восходить над горизонтом в момент восхода Сириуса:



Очевидно, что новый месяц начнется после того, как Луна пройдет через эту точку (с ближайшим восходом Луны). Средняя продолжительность месяца составит период между двумя прохождениями Луны через эту точку. Это есть сидерический (звездный) период Луны T, равный 27.32 суток. Аналогичная ситуация будет с годом – он начнется после того, как Солнце в своем видимом пути по эклиптике пройдет точку, восходящую вместе с Сириусом. Период между двумя такими моментами есть сидерический (звездный) год T0. Так как по условию задачи мы пренебрегаем прецессией земной оси, длительность сидерического года можно считать равной обычному году – 365.24 суток. В итоге, число дней в месяце и годе такого календаря в среднем составит ~~27.4; 366.24.~~ $N = \frac{T}{S} = 27,4$; $N_0 = \frac{T_0}{S} = 366,24$

2. Условие. Древняя цивилизация построила на Земле (включая океаны) сеть сигнальных башен высотой 30 метров. С верхней площадки каждой башни были видны верхние площадки, по крайней мере, двух соседних башен. Зажигая на ней огни определенного цвета, можно было быстро передавать на большие расстояния весть об опасности. За какое минимальное время такую информацию можно было распространить по всей Земле, если время реакции солдата на башне, зажигающего огни, составляет 10 секунд? Атмосферным ослаблением света, рефракцией и рельефом Земли пренебречь.

2. Решение. Для решения задачи определим максимальное расстояние между двумя соседними башнями, чтобы с вершины одной из них можно было видеть вершину другой.



С учетом того, что высота башни h существенно меньше радиуса Земли R, получаем:

$$D = 2\sqrt{(R+h)^2 - R^2} = 2\sqrt{2Rh} = 39{,}1 \text{ км}$$

Через время t (10 секунд) на соседней башне также загорится сигнальный огонь. В итоге, скорость передачи информации v составит почти 4 км/с. Определим, за какое время эта информация достигнет противоположной точки Земли, предполагая, что все передающие ее башни располагаются на одном большом круге:

$$T = \frac{\pi R}{v} = \frac{\pi R \cdot t}{D} = \frac{\pi t}{2}\sqrt{\frac{R}{2h}} \approx 5100 \text{ с}$$

или 1.4 часа. Данный способ, очевидно, наиболее быстрый для цивилизаций, не располагающих радиосвязью и возможностью запуска космических аппаратов.

3. Условие. Астрономы наблюдали далекую звезду, физически похожую на Солнце, и зафиксировали падение ее яркости на 0.1% в течение 5 часов, вызванное прохождением по ее диску планеты. Найдите расстояние между планетой и звездой, считая орбиту планеты круговой. Определите размер планеты, считая, что она прошла по центру диска звезды. На какую планету Солнечной системы похожа эта далекая планета по размерам?

3. Решение. Планета прошла по центру диска звезды, отчего видимая яркость звезды уменьшилась на 1/1000 часть. Наблюдения ведутся с расстояния, много большего радиуса орбиты планеты, поэтому можно считать, что соотношение видимых размеров звезды и планеты такое же, как соотношение их истинных размеров. Тогда мы можем определить радиус планеты:

$$r = \frac{R}{\sqrt{1000}} \approx 0{,}03R$$

Здесь R – радиус звезды, который по условию задачи близок к радиусу Солнца. Радиус планеты оказывается равен 22 тысячи км, то есть планета по размерам напоминает Уран и Нептун. Вновь учитывая, что наблюдения происходят издалека, отметим, что длительность прохождения планеты T есть ни что иное, как время, за которое планета в своем орбитальном движении пролетает расстояние, равное диаметру звезды. Отсюда мы получаем скорость планеты:

$$v = \frac{2R}{T} \approx 80 \text{ км/с}$$

Эта величина по сути – первая космическая скорость на заданном расстоянии от звезды. Так как эта звезда схожа с Солнцем и по размерам, и по массе, мы можем легко определить радиус орбиты планеты в астрономических единицах, сравнив ее орбиту с земной:

$$\frac{a}{a_0} = \frac{v_0^2}{v^2} \approx 0{,}15$$

Здесь d0 – расстояние от Земли до Солнца (астрономическая единица), v0 – орбитальная скорость Земли.

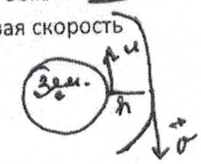
11 класс

1. Условие. С какой максимальной угловой скоростью среди звезд может перемещаться искусственный спутник на околоземной орбите без двигателей при наблюдении с поверхности нашей планеты?

1. Решение. Так как в условии задачи говорится об искусственном спутнике на орбите вокруг Земли, он не может двигаться относительно Земли быстрее второй космической скорости

(точнее говоря, он не может двигаться и с этой скоростью, она рассматривается как верхней предел). Угловая скорость движения спутника относительно звезд будет тем больше, чем больше его скорость относительно наблюдателя и чем меньше расстояние до него. Также относительная скорость должна быть направлена перпендикулярно направлению на спутник. Рассмотрим предельную ситуацию, при которой орбита спутника лежит в плоскости экватора Земли, а направление вращения спутника противоположно направлению осевого вращения Земли: см. рис. Для спутника, пролетающего в зените над наблюдателем на экваторе, угловая скорость составит

$$\omega = \frac{u+v}{h} = \frac{(2\pi R/T)+v}{h}$$



Здесь R – радиус Земли, T – продолжительность звездных суток. Для скорости v справедливо неравенство $v < v_2 = \sqrt{\frac{2GM}{R+h}}$

Здесь M – масса Земли, а h – минимальная высота полета спутника, которую можно принять равной 200 км. В итоге, максимальная угловая скорость равна примерно 0.06 рад/с или 3°/с.

2. Условие. На снимках космической обсерватории SOHO различимы звезды до 8m на 20 угловых радиусах Солнца от его центра. Каким должен быть размер астероида, чтобы его можно было бы обнаружить рядом с Солнцем, в 20 радиусах от его центра в пространстве? Оптические свойства поверхности астероида считать аналогичными лунным, материал – тугоплавким, изменениями свойств из-за нагрева пренебречь.

2. Решение. Чтобы увидеть астероид, расположенный в 20 радиусах Солнца от его центра, на 20 угловых радиусах Солнца от его положения на небе, астероид должен располагаться «сбоку» от Солнца. Условия его освещения будут аналогичны условию освещения Луны в фазе первой или последней четверти, поэтому нам нужно сравнивать яркость астероида с Луной именно в этой фазе. Тогда ее блеск m0 составляет –10m. Освещенность, создаваемая Луной на Земле в это время, равна

$$J_0 = \frac{B \cdot A \cdot F \cdot R_0^2}{16\pi L_0^2 D_0^2}$$

Здесь B –светимостьСолнца, A –сферическоеальбедоЛуны, F –фактор, характеризующийотражательнуюспособностьлуннойповерхностидляконфигурациипервойипоследнейчетверти (может показаться, что этот фактор равен 0.5, но в действительности он

существенно меньше, как видно из звездных величин Луны в первой и последней четверти и в полнолунии). R☾ – радиус Луны, L☾ – расстояние от Солнца до Луны (и Земли), D☾ – расстояние от Луны до Земли. По условию задачи, свойства поверхности астероида аналогичны лунным, следовательно, при таких же условиях освещения («сбоку») у него будут те же значения A и F. Расстояние от астероида до Земли в этом случае такое же, как от Солнца до Земли – L☾.
Освещенность, создаваемая астероидом на Земле, составит

$$J = \frac{B\cdot A\cdot F\cdot R^2}{16\pi\cdot D^2 L_0^2}$$

Здесь R –радиусастероида, D –егорасстояниеотСолнца. Чтобыобнаружитьастероид, этаосвещенностьдолжнасоответствоватьзвезде m=8, тоесть

$$\frac{J}{J_0} = \frac{R^2 D_0^2}{R_0^2\cdot D^2} \geq K = 10^{0.4(m_0-m)} = 6.63\cdot 10^{-8}$$

Радиусастероидадолженбыть $R \geq \frac{R_0 D\sqrt{K}}{D_0}$

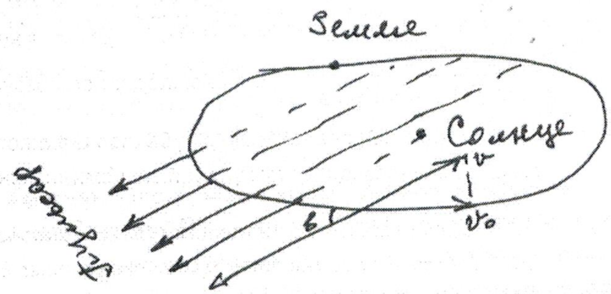
Расстояние D есть 20 радиусовСолнца (14 млнкм), отсюдаминимальныйрадиусастероидасоставляет 16 км.

3. Условие. Пульсарсгелиоцентрическимпериодом 0.3 секунды имеет координаты α = 18h , δ = –55°. В каких пределах будет меняться наблюдаемый период этого пульсара в течение года?

3. Решение. На период (или частоту) прихода импульсов от пульсара будет влиять движение Земли – как орбитальное, так и осевое. Пусть v – лучевая скорость Земли (наблюдателя) относительно пульсара. Тогда изменение периода пульсара ΔP по сравнению с его гелиоцентрическим периодом P будет происходить в соответствии с эффектом Доплера:

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{v}{c}$$

Определим, как расположен пульсар относительно плоскости эклиптики. Из его координат видно, что он находится точно под южной точкой эклиптики (точкой зимнего солнцестояния) со склонением –ε (угол наклона экватора к эклиптике с отрицательным знаком). Эклиптическая широта b в этом случае равна δ + ε = –31.5°.



Максимальная (по модулю) относительная скорость, создаваемая орбитальным движением Земли, равна v = v0 cos b = 25.4 км/с. Осевая скорость вращения даже на экваторе примерно в 50 раз меньше и не внесет заметного изменения в эту величину. Амплитуда изменений периода составляет ±0.000025 с. Разность между максимальным и минимальным периодами составит 0.00005 с.